FUNZIONI PARI E DISPARI

Una funzione f si dice pari [dispari] se per ogni $x \in D_f$ risulta anche $-x \in D_f$ e si ha:

$$f(x) = f(-x) \qquad [f(x) = -f(-x)]$$

L'unica funzione che è sia pari che dispari è la funzione costantemente nulla

Dim

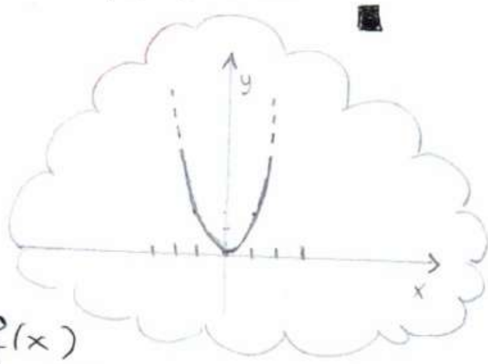
Si consideri una generica funzione $f(x)$ sia pari che dispari. Essendo $f(x) = f(-x)$ e $f(x) = -f(-x)$ di conseguenza è:

$$f(-x) = -f(-x)$$

da cui segue $2f(-x) = 0 \Rightarrow f(-x) = 0$

Essendo $f(x)$ pari allora $f(-x) = f(x) = 0$

ESEMPI:

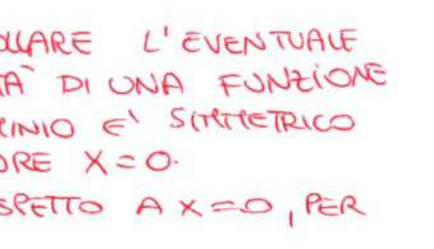


- $f(x) = x^4 + x^2$

La fz è definita per ogni $x \in \mathbb{R}$.

$f(-x) = (-x)^4 + (-x)^2 = x^4 + x^2 = f(x)$

La funzione è pari. GRAFICO SIMMETRICO RISPETTO ALL'ASSE DELLE ORDINATE y



- $f(x) = \frac{1}{x}$

La fz è definita in $\mathbb{R}_0$.

Inoltre $f(-x) = -\frac{1}{x} = -f(x)$

La funzione è dispari. GRAFICO SIMMETRICO RISPETTO ALL'ORIGINE

- $f(x) = \sqrt{x}$

La fz è definita per $x \geq 0$.

HA SENSO CONTROLLARE L'EVENTUALE PARITÀ O DISPARITÀ DI UNA FUNZIONE SOLO SE IL DOMINIO È SIMMETRICO RISPETTO AL VALORE $X = 0$.

NEL NOSTRO CASO IL DOMINIO NON È SIMMETRICO RISPETTO A $X = 0$, PER CUI LA FUNZIONE NON È PARI NÉ DISPARI.

Verifica se le seguenti funzioni sono pari o dispari

$$f: x \mapsto |x| + 1$$

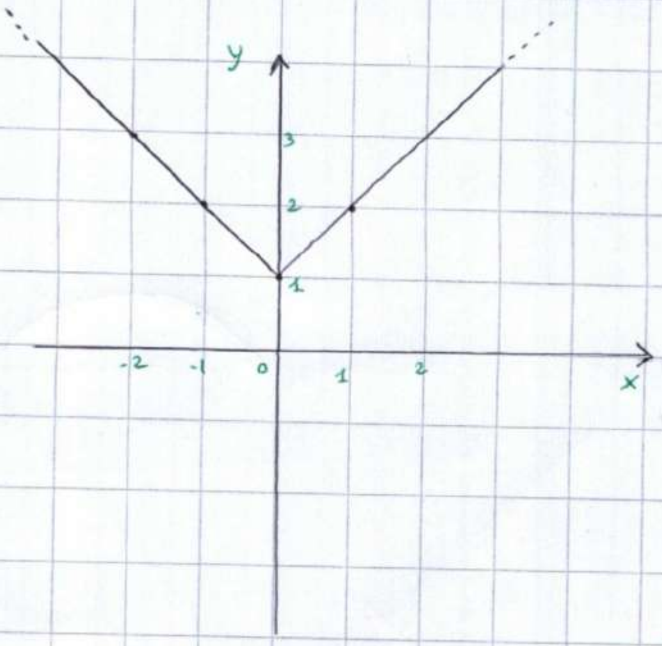
- CALCOLIAMO DAPPRIMA IL DOMINIO:

  $D_f = \mathbb{R}$

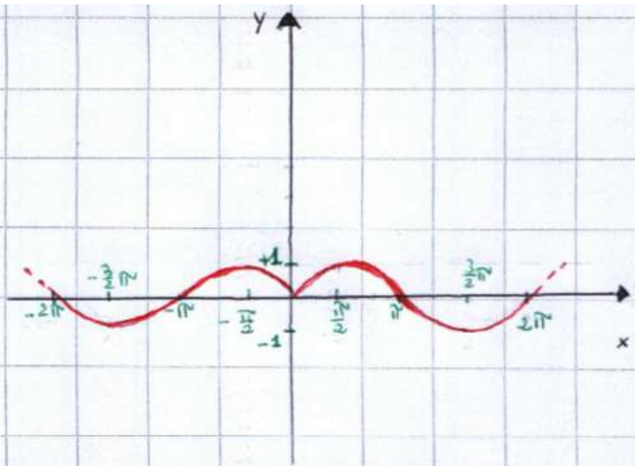
- CALCOLIAMO $f(-x)$

  $f(-x) = |-x| + 1 = |x| + 1 = f(x)$

- SI DEDUCE CHE LA FUNZIONE E' PARI



$f: x \longmapsto \text{sen}|x|$



- CALCOLIAMO DAPPRIMA IL DOMINIO:

$D_f = \mathbb{R}$

- CALCOLIAMO $f(-x)$

$f(-x) = \text{sen}|(-x)| = \text{sen}|x| = f(x)$

- SI DEDUCE CHE LA FUNZIONE È PARI

$f: x \longmapsto \dfrac{x}{x^2+1}$

- CALCOLIAMO DAPPRIMA IL DOMINIO

$D_f = \{x \in \mathbb{R}\}$

- CALCOLIAMO $f(-x)$

$$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2+1} = \frac{-x}{x^2+1} = -f(x)$$

- SI DEDUCE CHE LA FUNZIONE È DISPARI